

# Bestimmung des Wirkungsgrades hydraulischer Kraft- und Arbeitsmaschinen mit thermodynamischen Methoden

Rögener, Heinz

Veröffentlicht in:  
Jahrbuch 1987 der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.107-116



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

13.3.1987 in Braunschweig

## Bestimmung des Wirkungsgrades hydraulischer Kraft- und Arbeitsmaschinen mit thermodynamischen Methoden

Von **Heinz Rögner**

### 1. Messung des Wirkungsgrades von Strömungs-Kraft- und Arbeitsmaschinen

Als Gütemaß für adiabate Gas- und Dampfturbinen und -verdichter wird vornehmlich der isentrope Wirkungsgrad benutzt, bei dem die Wellenleistung  $P$  und das Produkt aus Fluidmassenstrom  $\dot{m}_1$  und isentroper Gesamtenthalpiedifferenz

$$\Delta h_s^* = h^*(p_1^*, T_1^*) - h^*(p_2^*, s_1) = h(p_1, T_1) - h(p_2, s_1) + \left( \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) \quad (1)$$

zueinander ins Verhältnis gesetzt werden:

$$\eta_T = \frac{-P}{\dot{m}_1 \Delta h_s^*} \text{ (Turbine)}, \quad \eta_V = \frac{-\dot{m}_1 \Delta h_s^*}{P} \text{ (Verdichter)}. \quad (2), (3)$$

Mit der für stationären Betrieb geltenden Leistungsbilanz

$$P + \dot{m}_1(h_1^* - h_2^*) = 0 \quad (4)$$

nehmen die Gl. (2) und (3) die Form

$$\eta_T = \frac{h^*(p_1^*, T_1^*) - h^*(p_2^*, T_2^*)}{h^*(p_1^*, T_1^*) - h^*(p_2^*, s_1)} \quad (5)$$

bzw.

$$\eta_V = \frac{h^*(p_1^*, T_1^*) - h^*(p_2^*, s_1)}{h^*(p_1^*, T_1^*) - h^*(p_2^*, T_2^*)} \quad (6)$$

an.

Jedes der beiden Gleichungspaare (2, 3) und (5, 6) bildet die Grundlage für ein bestimmtes Verfahren zur Messung des Wirkungsgrades.

Das eine, als direkt zu bezeichnende Verfahren verlangt die Messung der Größen

Wellenleistung  $P$   
Massenstrom  $\dot{m}$   
Eintrittstotaldruck  $p_1^*$   
Eintrittstotaltemperatur  $T_1^*$   
Austrittstotaldruck  $p_2^*$ ,

das zweite, als indirekt zu bezeichnende Verfahren verlangt die Messung der Größen

Eintrittstotaldruck  $p_1^*$   
Eintrittstotaltemperatur  $T_1^*$

Austrittstotaldruck  $p_2^*$

Austrittstotaltemperatur  $T_2^*$ .

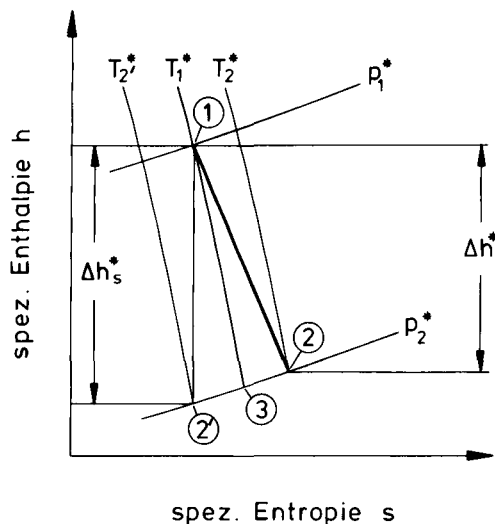
Die Totalgrößen  $T^*, p^*$  können direkt mit Hilfe eines adiabaten Staurohres sowie eines Thermometers und eines Manometers, die in einer adiabaten Kammer auf der Höhe  $z = 0$  angeordnet sind, gemessen werden.

## 2. Bestimmung des Wirkungsgrades aus der Zustandsänderung des Fluids

### 2.1 Grundlagen

Auch bei hydraulischen Kraft- und Arbeitsmaschinen wird zur Wirkungsgradbestimmung neben der direkten seit langem auch die indirekte Methode – hier als Thermodynamisches Meßverfahren bezeichnet – angewandt, zunächst nur bei Wasserturbinen und Speicherpumpen [1–4], später auch bei Kesselspeisepumpen [5–7] sowie bei Pumpen und Motoren in der Ölhydraulik [8, 9].

Bild 1 zeigt die Darstellung des Wasserturbinenprozesses im Mollier ( $h, s$ )-Diagramm. Für die Berechnung von Enthalpie und Entropie des Druckwassers steht eine Reihe von kanonischen Zustandsgleichungen neueren Datums zur Verfügung [10–15]. Bemerkenswert an diesem Diagramm ist vor allem, daß für Flüssigkeitstemperaturen weit unterhalb der kritischen Temperatur die Isothermen sehr steil, an einem Dichtemaximum sogar senkrecht verlaufen.



*Bild 1:*  
Wirkungsgradbestimmung aus Ein- und Austrittsmeßwerten der Temperatur und des Drucks  
(Turbine)

Aus Temperatur und Druck auf Ein- und Austrittsseite der Maschine ergeben sich unmittelbar die Ein- und Austrittsenthalpien sowie ihre Differenz. Die Enthalpie zum Endzustand der isentropen Expansion (bzw. Kompression bei einer Pumpe) kann erst nach Berechnung der Endtemperatur  $T_2^*$  aus der Gleichung

$$s(p_2^*, T_2^*) = s(p_1^*, T_1^*) \quad (7)$$

bestimmt werden.

Einen Anhalt für die Größenordnung der zu messenden Temperaturdifferenzen möge das folgende für eine Wasserturbine geltende Beispiel geben:

Bei einer Zulauftemperatur von  $10^\circ\text{C}$ ,  
 einem Zulaufdruck von  $5,1 \text{ MPa}$ ,  
 einem Ablaufdruck von  $0,1 \text{ MPa}$ ,  
 einem isentropen Wirkungsgrad von  $0,95$

führt die isentrope Entspannung zu einer (errechneten) Abkühlung um  $32 \text{ mK}$  mit einer Unsicherheit von etwa  $\pm 0,3 \text{ mK}$ , die reale Entspannung zu einer (gemessenen) Erwärmung um  $28 \text{ mK}$  mit einer Meßunsicherheit von etwa  $\pm 0,5 \text{ mK}$ . Aus den genannten Unsicherheiten allein folgt eine Unsicherheit des Wirkungsgrades von etwa  $\pm 7 \cdot 10^{-4}$ .

## 2.2 Direkte Messung der Temperaturdifferenz

Die kleine absolute Unsicherheit der Temperaturdifferenzmessung kann sowohl mit Pt-Widerstandsthermometern und Thermistoren in Brückenschaltung als auch mit Quarzthermometern und Thermoäulen erreicht werden.

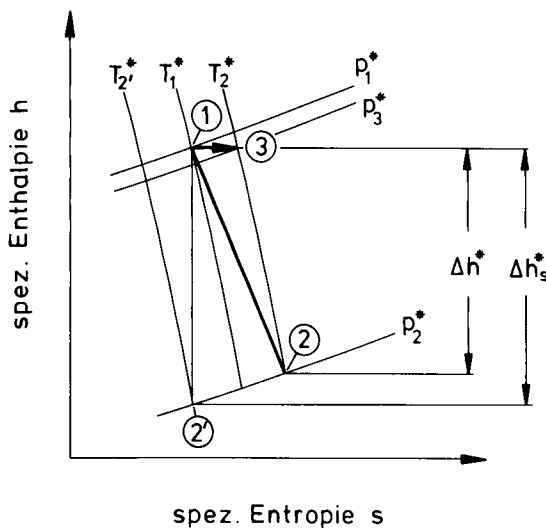


Bild 2:  
 Wirkungsgradbestimmung nach der Methode der partiellen Entspannung  
 (Turbine)

### 2.3 Bestimmung der Temperaturdifferenz aus einer isenthalpen Entspannung

In eleganter Weise kann die Temperaturdifferenzmessung hoher Genauigkeit überflüssig gemacht werden durch die sogenannte Methode der partiellen Entspannung, deren Prinzip aus Bild 2 ersichtlich ist [4]. Dem Fluidstrom wird auf der Zulaufseite ein Teilstrom entnommen und isenthalp bis auf die Ablauftemperatur entspannt. Hier ist also nur eine Temperaturgleichheit – allerdings mit einer hochempfindlichen Meßanordnung – festzustellen. Die gesuchte reale Enthalpiedifferenz ( $h_1^* - h_2^*$ ) kann dann aus dem Diagramm abgegriffen werden. Numerisch ergibt sich die Temperaturdifferenz  $\Delta T_{12}^* = (T_2^* - T_1^*)$  aus der Gleichung

$$h^*(p_1^*, T_1^*) = h^*(p_3^*, T_1^* + \Delta T_{12}^*). \quad (8)$$

Zur Bestimmung der isentropen Enthalpiedifferenz ist wieder zunächst die Entspannungsendtemperatur  $T_2^*$  aus Gleichung (7) zu ermitteln.

Das Verfahren wird heute vor allem bei Wasserturbinen eingesetzt, erreicht jedoch seine Anwendungsgrenze, sobald die Isotherme durch Punkt 1 auch durch Punkt 2 läuft oder mit anderen Worten die reale Temperaturänderung gleich Null wird.

### 2.4 Bestimmung der Temperaturdifferenz aus einer isentropen Kompression

Kühlt sich das Fluid beim Durchfluß durch die Turbine ab, so kann der Wirkungsgrad wieder ohne direkte Messung der Temperaturdifferenz bestimmt werden, indem die zuvor beschriebene isenthalpe Entspannung durch eine isentrope Kompression

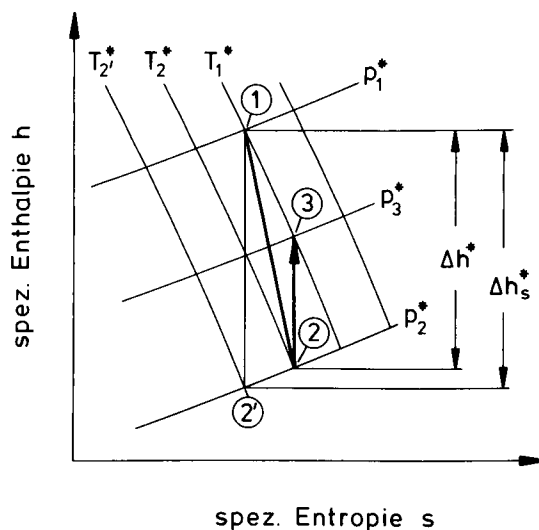


Bild 3:  
Wirkungsgradbestimmung nach der Methode der partiellen Kompression  
(Turbine)

ersetzt wird (Bild 3): Aus dem ablaufenden Wasser wird ein Teilstrom abgezweigt und in einem Behälter durch isentrope Kompression bis auf die Zulauftemperatur  $T_1^*$  erwärmt. Aus

$$s(p_2^*, T_2^*) = s(p_3^*, T_1^*) \quad (9)$$

ergibt sich die Ablauftemperatur  $T_2^*$ .

## 2.5 Näherungsverfahren zur Berechnung des Wirkungsgrades aus den Meßwerten

Ein Näherungsverfahren zur Berechnung des isentropen Wirkungsgrades ergibt sich auf folgendem Wege (hierzu Bild 1): in den Gleichungen

$$\Delta h^* = \int_2^3 c_p dT + \int_3^1 a dp, \quad (10)$$

$$\text{mit } a = \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T = v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p, \quad (11)$$

$$\text{und } \Delta h_s^* = \int_{2'}^1 v dp \quad (12)$$

ersetzt man die Integrale durch Näherungsausdrücke:

$$\Delta h^* = \bar{c}_p (T_3^* - T_2^*) + \bar{a} (p_1^* - p_2^*) \quad (13)$$

mit

$$\bar{c}_p = c_p \left( p_2^*, \frac{T_3^* + T_2^*}{2} \right), \quad (14)$$

$$\bar{a} = a \left( \frac{p_1^* + p_2^*}{2}, T_1^* \right); \quad (15)$$

$$\Delta h_s^* = \bar{v} (p_1^* - p_2^*) \quad (16)$$

mit

$$\bar{v} = v \left( \frac{p_1^* + p_2^*}{2}, \frac{T_1^* + T_2^*}{2} \right); \quad (17)$$

hier muß zunächst noch die Temperatur  $T_2^*$  aus der Bedingung

$$s_1 - s_{2'} = \int_{2'}^3 \frac{c_p}{T} dT - \int_3^1 \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp = 0 \quad (18)$$

(wieder näherungsweise) bestimmt werden:

$$s_1 - s_2' = \frac{c_p(p_2^*, T_3^*)}{T_3^*} \cdot (T_3^* - T_2'^*) - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \left( \frac{p_1^* + p_2^*}{2}, T_1^* \right) \cdot (p_1^* - p_2^*) \quad (19)$$

folglich mit  $T_3^* = T_1^*$ :

$$T_2'^* = T_1^* - \frac{\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \left( \frac{p_1^* + p_2^*}{2}, T_1^* \right)}{c_p(p_2^*, T_1^*)/T_1^*} \cdot (p_1^* - p_2^*). \quad (20)$$

Tabellen der Größen

$$c_p(T, p), \quad a(T, p) = v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p, \quad v(T, p),$$

aus denen sich auch die Größe

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p(T, p) = \frac{v - a}{T}$$

ergibt, sind enthalten in

Norme internationale ISO/DIS 5198: Pompes centrifuges, hélico-centrifuges et hélicoides – Code d'essais de fonctionnement hydraulique – Classe de précision

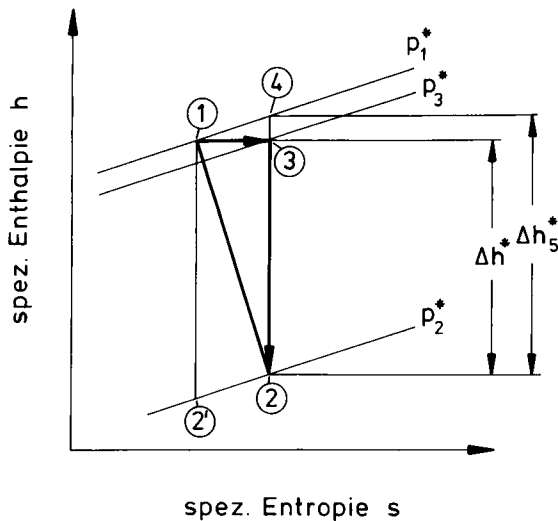


Bild 4:

Wirkungsgradbestimmung bei unbekanntem Fluid durch kombinierte isenthalpe und isentrope Entspannung (Turbine)

und in

IEC-Publication 198: International code for the field acceptance tests to determine the hydraulic performance of hydraulic turbines storage pumps and pump-turbines.

## 2.6 Wirkungsgradmessungen bei unbekannten thermodynamischen Eigenschaften der Fluide

Das thermodynamische Meßverfahren läßt sich auch bei Arbeitsfluiden anwenden, deren thermodynamische Eigenschaften nicht bekannt sind [16–19]. Die Methode kann am einfachsten an einem Diagramm – hier für eine Turbine – erläutert werden (Bild 4). In ein  $(h,s)$ -Diagramm mit unskalierten Achsen wird eine gerade Isobare (zum Druck  $p_1^*$ ) mit beliebiger Neigung eingezeichnet und parallel hierzu eine zweite Isobare zum Druck  $p_2^*$  in beliebigem Abstand. Schließlich wird eine Parallele zur Ordinate in beliebigem Abstand von dieser gezogen, die die beiden Isobaren in den Punkten 1 und 2' schneidet.

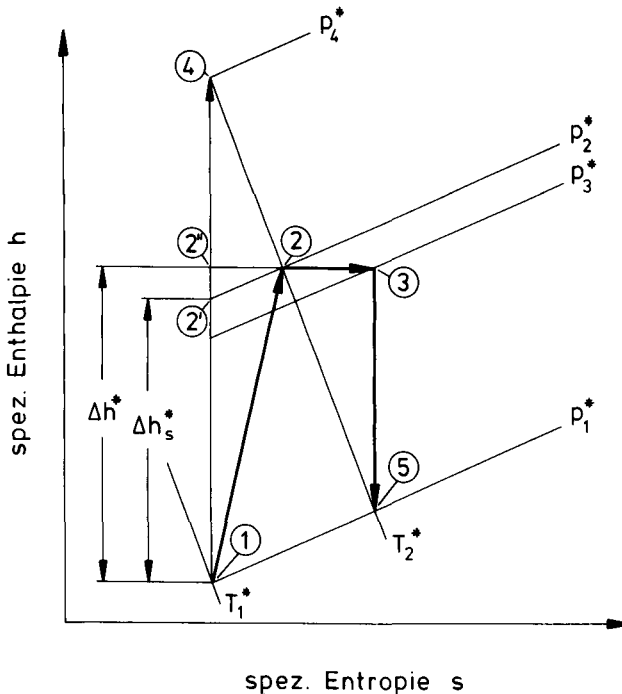


Bild 5:

Wirkungsgradbestimmung bei unbekanntem Fluid durch kombinierte isenthalpe und isentrope Entspannung sowie eine isentrope Kompression (Pumpe)





Das Verfahren wird nur bei relativ flachen Isothermen in Betracht kommen, da sonst der Enddruck der isentropen Kompression zu hoch liegen könnte.

Hier bietet sich eine andere, in Bild 6 dargestellte Methode an: Auf der Druckseite wird ein Teilstrom im Zustand 2 entnommen und bis zum Saugdruck isenthalp entspannt. Eine zweite Probenmenge vom Zustand 2 wird anschließend isentrop entspannt. Das Verhältnis der Temperaturdifferenzen ( $T_4^* - T_3^*$ ) und ( $T_4^* - T_1^*$ ) ist dann gleich dem Wirkungsgrad:

$$\eta_s = \frac{\Delta h_s^*}{\Delta h^*} = \frac{T_4^* - T_3^*}{T_4^* - T_1^*} = 1 - \frac{T_3^* - T_1^*}{T_4^* - T_1^*} \quad (22)$$

Dabei ist nicht einmal eine Kalibrierung der Temperaturmeßeinrichtung erforderlich, es genügt die Bestimmung des „Ausschlagsverhältnisses“, z. B. des Spannungsverhältnisses einer Thermosäule.

### Literatur

- [1] Barbillon, L. und Poirson, A.: Sur une méthode thermométrique de mesure du rendement des turbines hydrauliques. La Huille Blanche (1920), S. 217–221.
- [2] Willmer, H.: Thermische Untersuchungen an Kreiselpumpen. Dissertation TH Braunschweig (1931).
- [3] Umpfenbach, K.T.: Kalorimetrisches Verfahren zur Wirkungsgradbestimmung an Wasserturbinen. Dissertation TH Berlin (1937). Abstract in Wasserkraft und Wasserwirtschaft, Bd. 33 (1938), S. 11–21.
- [4] Wilm, G. und Campmas, P.: Mesure du rendement des turbines hydrauliques par la méthode thermométrique Poirson. La Huille Blanche (1954), S. 449–460 und 592–607.
- [5] Sack, M.: Über die thermodynamische Methode zur Bestimmung der Wellenleistung und des Wirkungsgrades von Hochdruck-Speisepumpen. Brennstoff – Wärme – Kraft 11 (1959), S. 511–516.
- [6] Rögener, H. und Arens-Fischer, F.: Bestimmung des inneren Wirkungsgrades von Kesselspeisepumpen aus der Messung von Druck und Temperatur. Brennstoff – Wärme – Kraft 11 (1959), S. 516–517.
- [7] Seibert, O. und Sack, M.: Thermische Diagramme für Speisewasser. Brennstoff – Wärme – Kraft 11 (1959), S. 516–517.
- [8] Schlösser, W.M.J.: Meten aan verdringer-pompen. Dissertation TH Delft (1959).
- [9] Witt, K.: Druckflüssigkeiten und thermodynamisches Messen. Ingenieur Digest Verlag Frankfurt (1974).
- [10] Grigull, U.: Properties of Water and Steam in SI-Units. Dritter Neudruck (1982), Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, R. Oldenbourg, München.
- [11] Pollak, R.: Die thermodynamischen Eigenschaften von Wasser – dargestellt durch eine kanonische Zustandsgleichung für die fluiden homogenen und heterogenen Zustände bis 1200 Kelvin und 3000 bar. Dissertation Univ. Bochum (1974).
- [12] Herbst, G. und Rögener, H.: Eine neue kanonische Zustandsgleichung des Wassers und ihre Anwendung auf das „Thermodynamische Meßverfahren“ bei hydraulischen Kraft- und Arbeitsmaschinen. Fortschr.-Ber. VDI-Z. Reihe 6 (1977), Nr. 50.
- [13] Rögener, H., Herbst, G., Kollien, J.: Thermodynamisches Meßverfahren – Bestimmung des Wirkungsgrades hydraulischer Kraft- und Arbeitsmaschinen nach dem „Thermodynamischen Meßverfahren“ (Rechenprogramme). Brennstoff – Wärme – Kraft 38 (1986), S. 275–281.

## 116 Bestimmung des Wirkungsgrades hydraulischer Kraft- und Arbeitsmaschinen

- [14] Borel, L. und Lan, N.D.: Equations of state and Joule-Thomson-coefficient. 10th Int. Conf. Prop. Steam, Moscow (1984).
- [15] Haar, L., Gallagher, J.S., Kell, G.S.: NBS/NRC Steam Tables: Thermodynamic and Transport Properties and Computer Programs for Vapor and Liquid States of Water in SI Units. Hemisphere Publ. Corp. (1984).
- [16] Brand, F.L.: Wirkungsgradmessungen nach dem thermodynamischen Verfahren an Pipeline-pumpen. Erdöl und Kohle, Erdgas, Petrochemie 30 (1977), S. 79–93.
- [17] Witt, H.: Thermodynamisches Messen in der Ölhydraulik „Einführung und Übersicht“. Ölhydraulik und Pneumatik 20 (1976), S. 416–424.
- [18] Rögener, H. und Soll, P.: Beitrag zum Thermodynamischen Meßverfahren – Der isentrope Temperatur-Druck-Koeffizient des Wassers. Brennstoff – Wärme – Kraft 32 (1980), S. 427–478.
- [19] Höfflinger, W.: Thermodynamische Wirkungsgradmessung an hydraulischen Verdränger-maschinen nach dem Drossel-Drucktopf-Verfahren. Ölhydraulik und Pneumatik 20 (1976), S. 426–428.